

Содержание

1	Явные функции двух переменных	3
2	Параметрическое представление кривых	6
3	Поверхности	8
4	Параметрическое представление поверхностей. Сферические и цилиндрические координаты	11

1 Явные функции двух переменных

Задание 1 Выбрать явную функцию двух переменных. Зафиксировав значения одного из аргументов, получить для нее три изолинии и представить их на одном 2D рисунке. Выбранная функция должна иметь содержательный смысл, а три полученные кривые отразить динамику некоторого процесса. Содержательный смысл процесса должен быть отражен на рисунке. Важные точки полученных кривых должны быть отмечены с помощью `arrow` и `label`. Использовать аналитическое представление кривых.

На рисунке 1 отображена функция, отображающая функцию теплообмена через боковую поверхность в однородном стержне с внутренними источниками тепла. Фиксируются моменты времени $t=0$, $t=0.1$ и $t=0.25$.

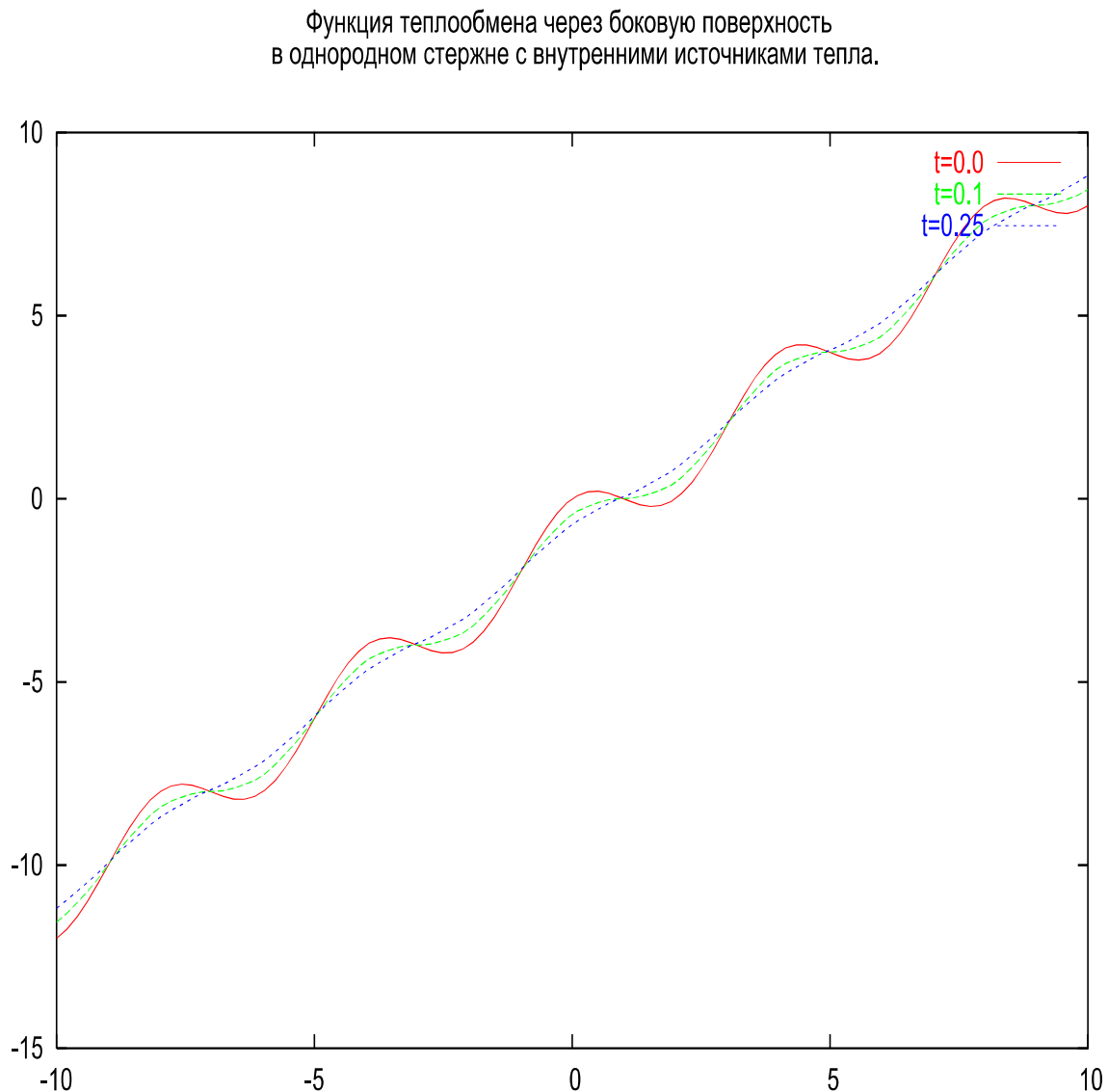


Рис. 1: График функции теплообмена через боковую поверхность в однородном стержне с внутренними источниками тепла

Задание 2 Построить график кривой второго порядка, имеющей асимптоту. Асимптота также должна быть представлена на рисунке. Важные точки кривой отметить с помощью `arrow` и `label`. Кривая должна быть представлена в виде набора координат.

В качестве кривой второго порядка выбрана функция $y^2 - (x - 1)^2 = 1$ или $y = \pm \sqrt{(x - 1)^2 + 1}$, имеющая асимптоты $y = x - 1$ и $y = -x + 1$. График функции показан на рис. 2.

Задание 3 Построить смесь (линейную комбинацию) двух нормальных распределений. Построить график плотности такой смеси и график ее функции распределения. Важные точки плотности отметить с помощью `arrow` и `label`. Представление кривых по выбору студента. Одна из кривых должна быть построена в логарифмической системе координат.

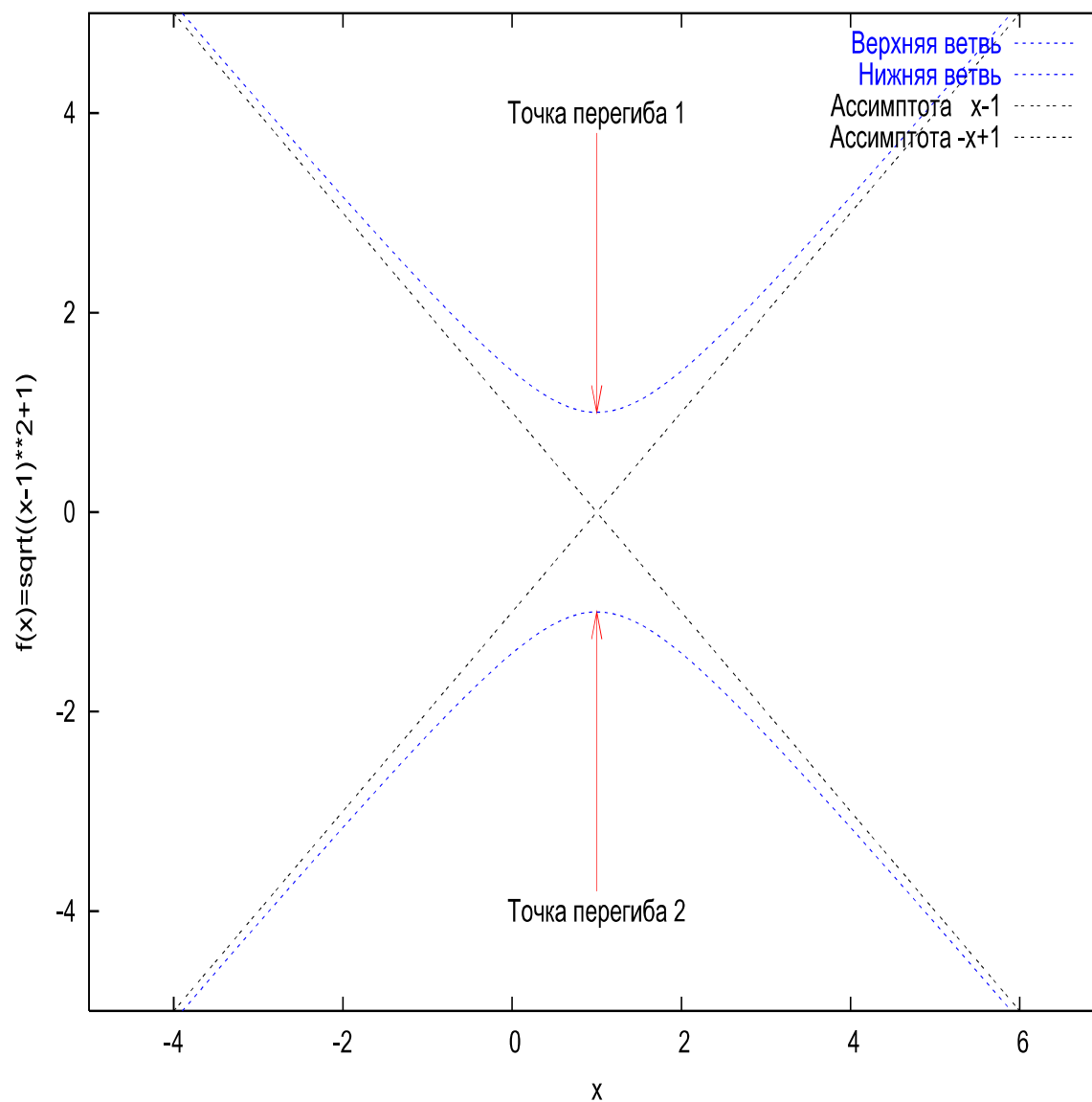


Рис. 2: Кривая второго порядка с асимптотами

На рис. 3 представлена функция линейной комбинации нормальных распределений и функция плотности линейной комбинации.

Нормальное распределение – одно из самых распространенных в статистической практике. Оно задается функцией

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{2\pi b} e^{-\frac{(x-a)^2}{4b^2}}$$

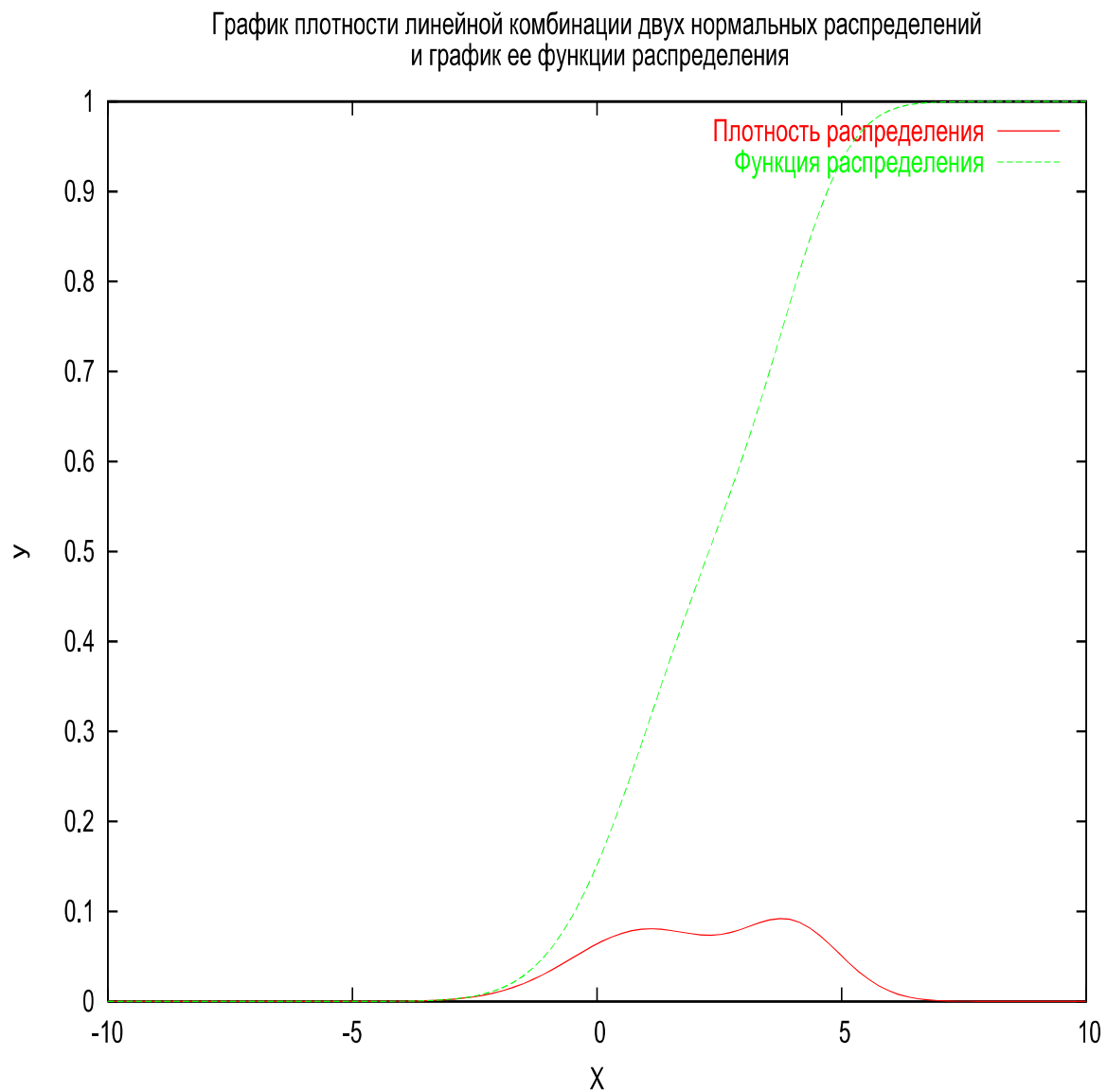


Рис. 3: Линейная комбинация нормальных распределений и функция плотности линейной комбинации

2 Параметрическое представление кривых

Задание 1 Построить в полярных координатах графики двух замкнутых кривых на одном рисунке. Кривые должны быть представлены аналитически и иметь природный аналог (содержательный или визуальный).

Построить в полярных координатах незамкнутую кривую. Кривая должна быть представлена в виде набора координат и иметь природный аналог (содержательный или визуальный).

В качестве двух замкнутых кривых были выбраны трелистник, восьмилепестковая роза и бабочка. Они изображены на рисунке 4. Незамкнутая кривая в полярных координатах - спираль. Они представлены функциями следующего вида:

$$2 * (1 - \cos(3t)) \text{ — Трелистник}$$

$$3 * \cos(2t) * \sin(2t) \text{ — Восьмилепестковая роза}$$

$$\exp(\cos(t)) - 2 * \cos(4t) + \sin(t/12)^5 \text{ — Бабочка}$$

$$2 * (1 + \cos(t/2)) \text{ — Спираль}$$

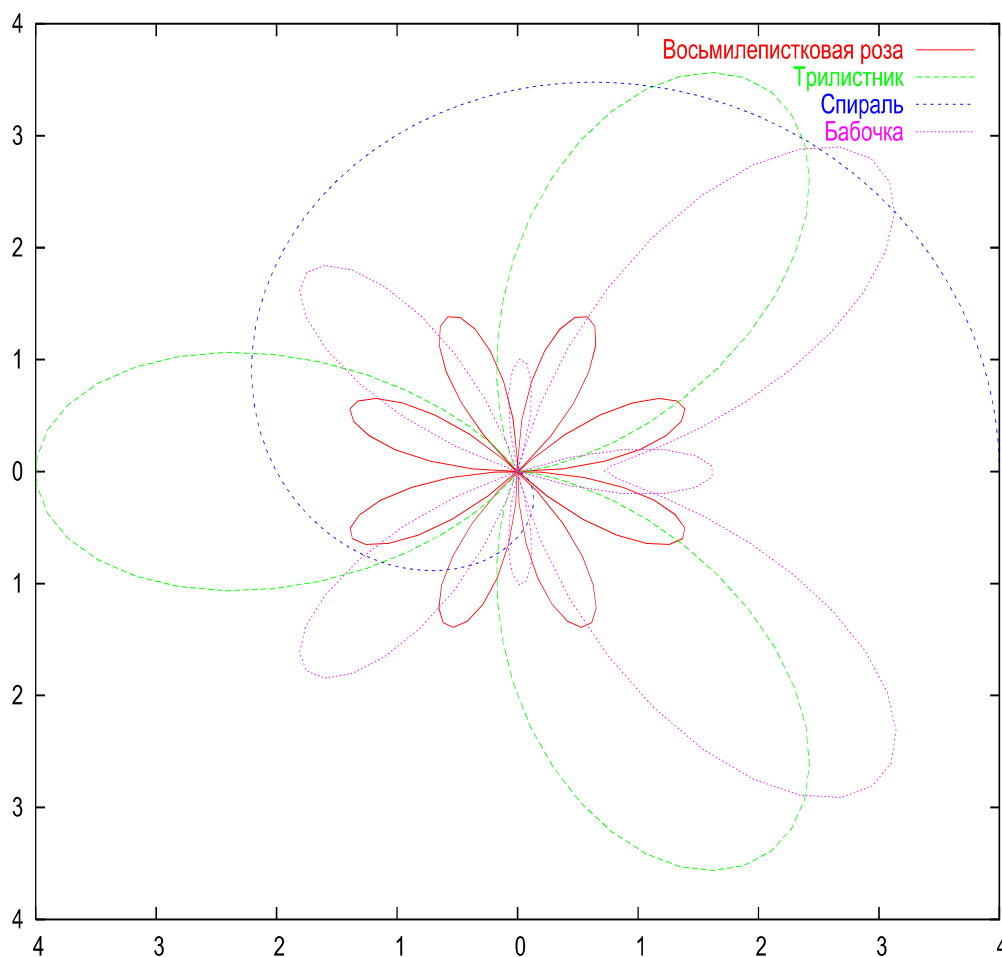


Рис. 4: Кривые в полярных координатах

Задание 2 Построить в декартовых координатах замкнутую кривую, используя ее аналитическое параметрическое представление.

В качестве замкнутой кривой была выбрана кривая, внешне похожая на значёк шерифа.

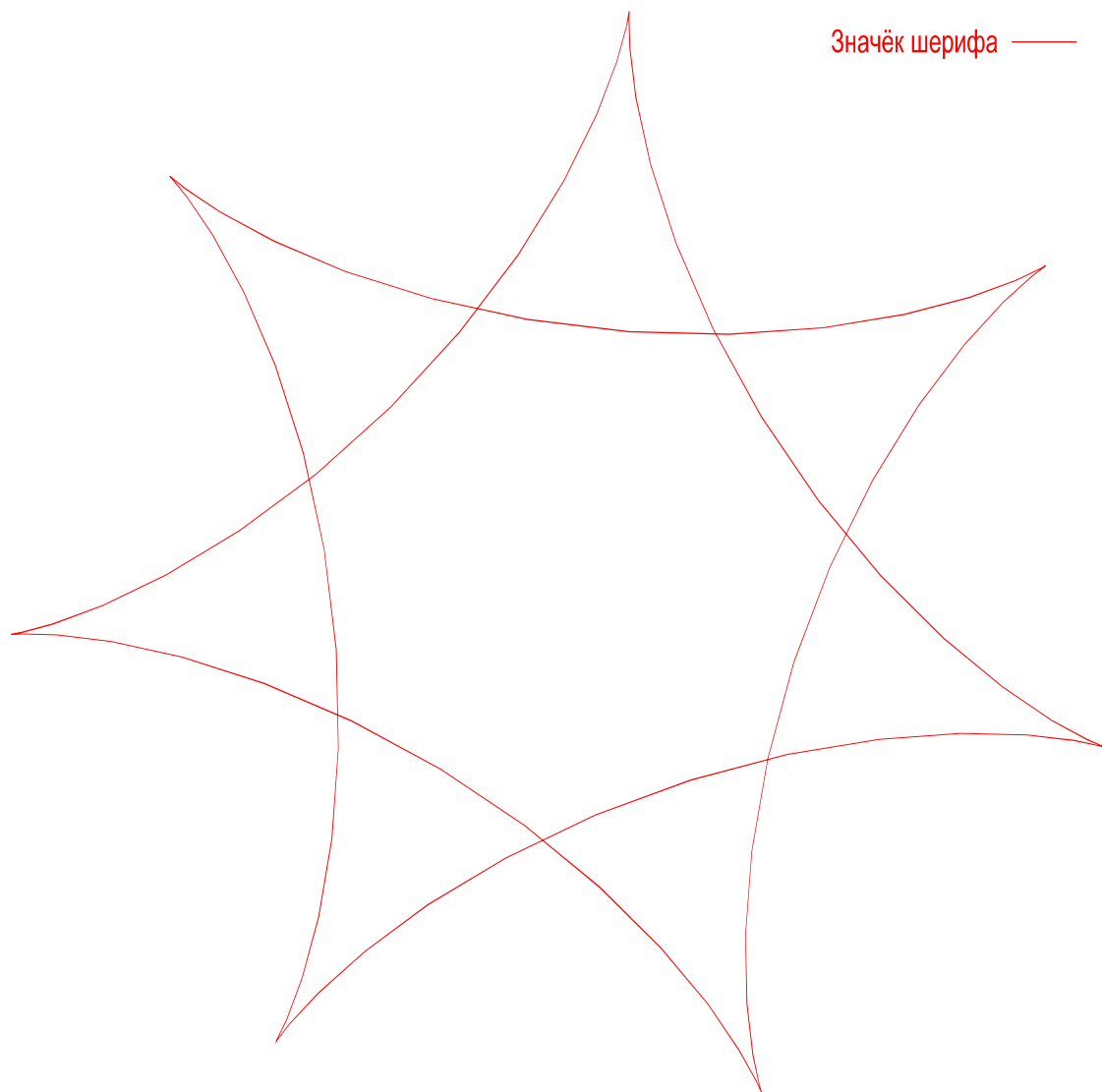


Рис. 5: Замкнутая кривая в параметрической системе координат

3 Поверхности

Задание 1 Выбрать явную функцию двух переменных и получить ее графическое представление. Выбранная функция должна иметь содержательный смысл, который должен быть отражен на рисунке. Функция должна быть представлена аналитически.

В данном случае был выбран параболический гиперboloид, описываемый функцией

$$z(x, y) = x^2 - y^2$$

На рисунке 6 представлен гиперboloид, внешне напоминающий рыболовную сеть.

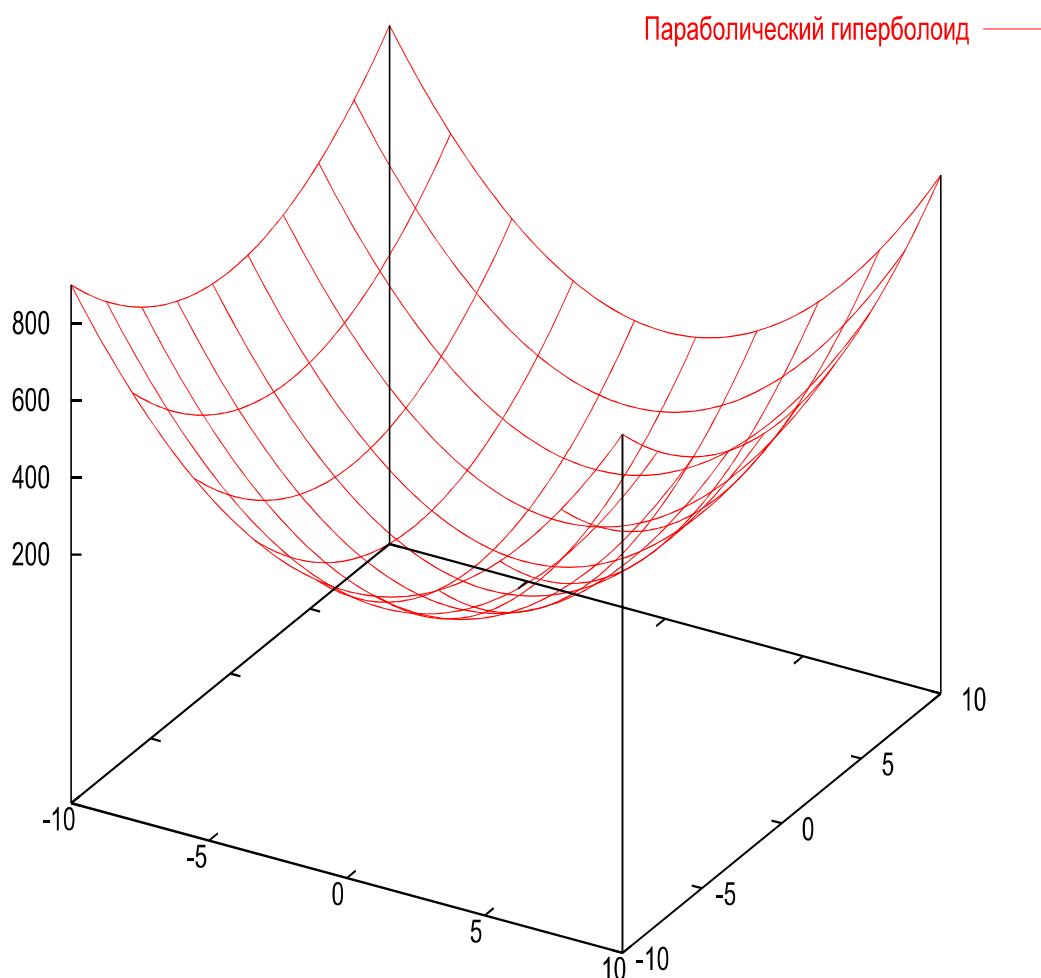


Рис. 6: Параболический гиперboloид

Задание 2 Выбрать явную функцию трех переменных. Получить для нее две изо-поверхности и представить их на одном рисунке. Рисунок должен отражать динамику развития некоторого процесса и его содержательную интерпретацию. Функция должна быть представлена аналитически.

На рисунке 7 представлена поверхность уравнения распространения слабого взрыва с его изоповерхностями.

Уравнение распространения слабого взрыва

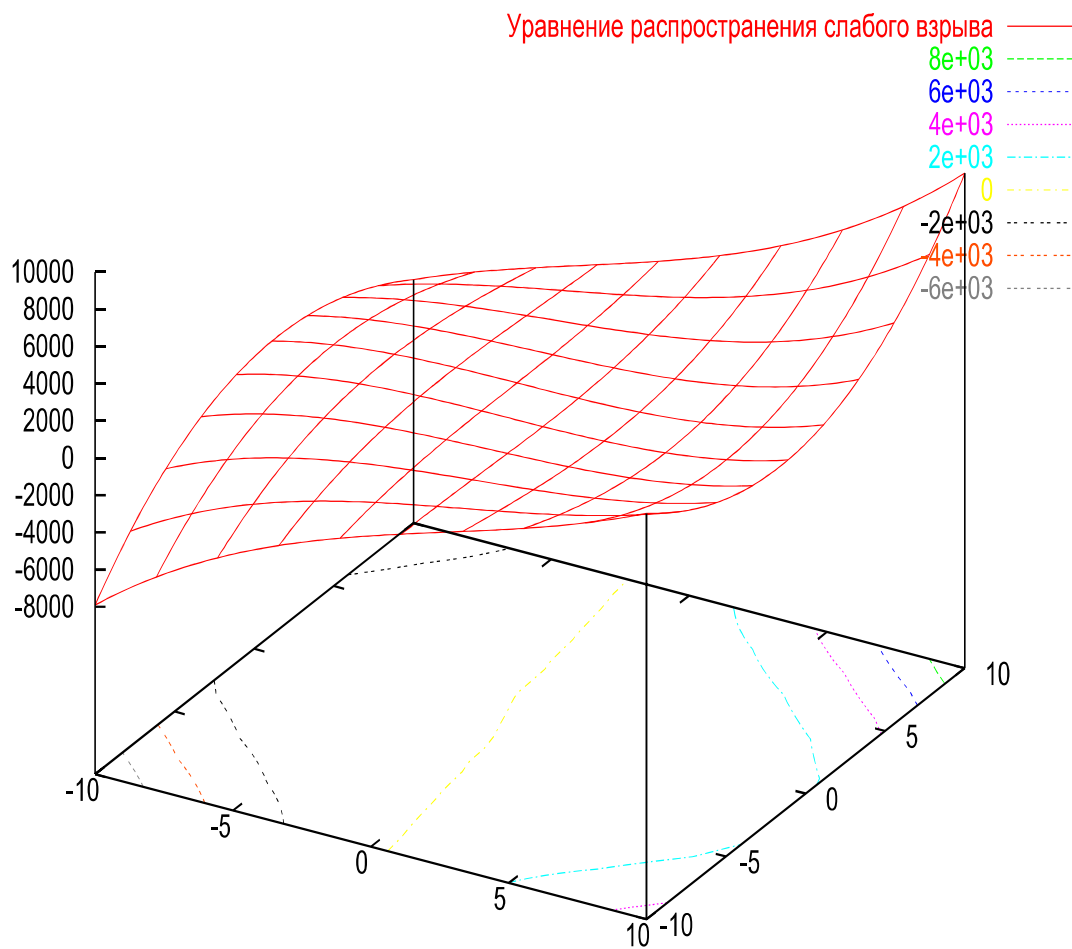


Рис. 7: Уравнение распространения слабого взрыва

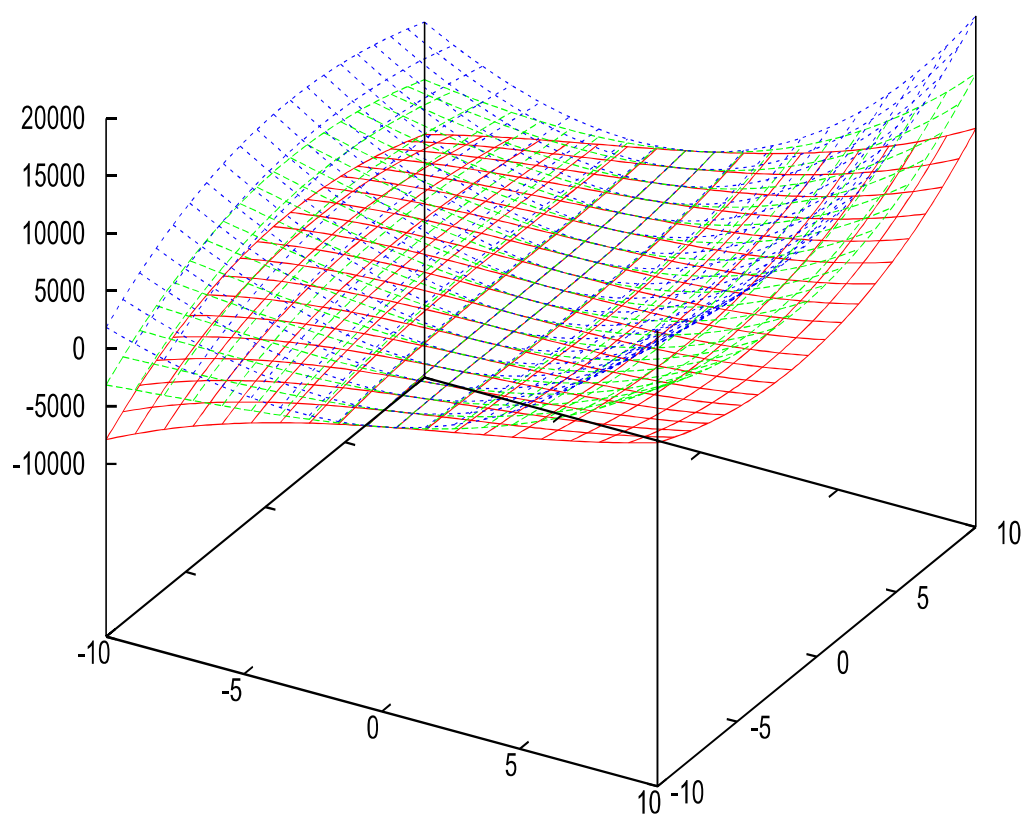


Рис. 8: Уравнение распространения слабого взрыва

4 Параметрическое представление поверхностей. Сферические и цилиндрические координаты

Задание 1 Получить графическое представление замкнутой поверхности, используя ее аналитическое параметрическое представление.

На рисунке 9 представлена поверхность, заданная параметрически - цепь из четырёх колец:

$$x = C1 + R11 * \cos u + R12 * \cos u * \sin v$$

$$y = R11 * \sin u + R12 * \sin u * \cos v$$

$$z = R13 * \sin v$$

$$x = C2 + R21 * \cos u + R22 * \cos u * \sin v$$

$$y = R22 * \sin v$$

$$z = R21 * \sin u + R22 * \sin u * \cos v$$

Построение поверхности по параметрическому представлению.

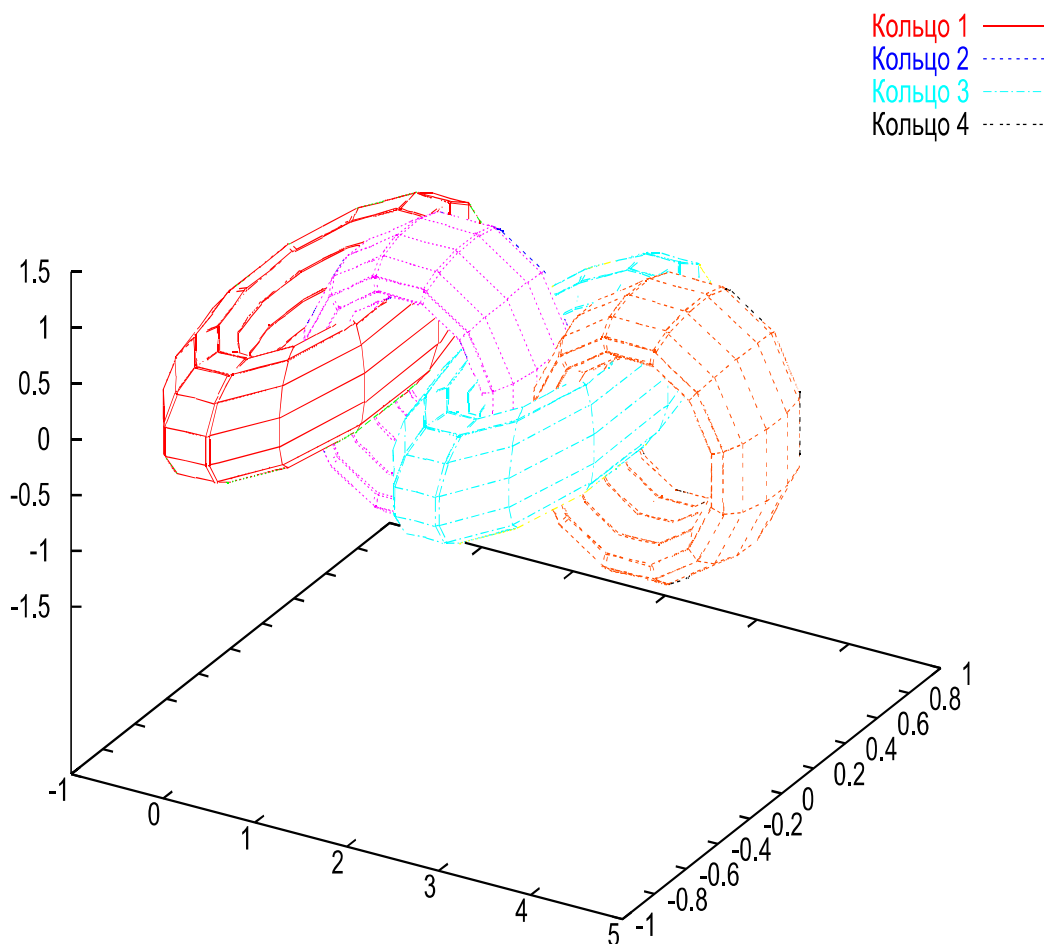


Рис. 9: Цепь из четырёх

Задание 2 Получить графическое контурное изображение поверхности, представленной в виде набора сферических координат.

Построение поверхности в сферических координатах из файла данных.

Сфера +

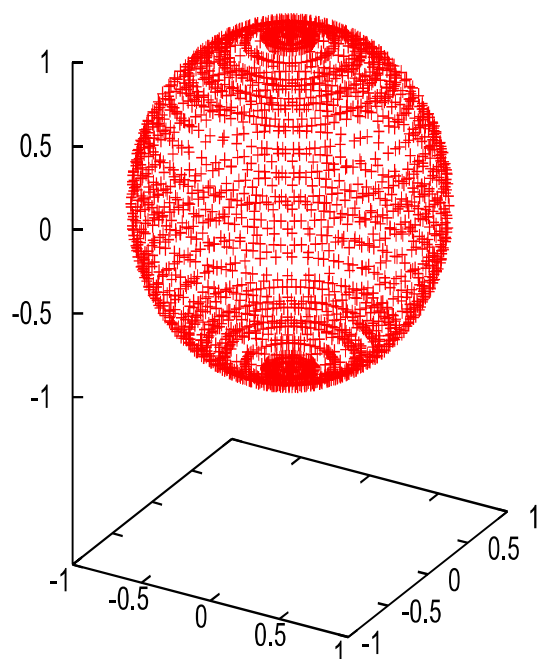


Рис. 10: Сфера - Мяч для игры в баскетбол

На рис. 10 отображена сфера в сферической системе координат заданная набором сферических координат:

Задание 3 Получить представление поверхности, представленной в виде набора ее цилиндрических координат.

На рис. 11 отображена поверхность, заданная в цилиндрической системе координат. В качестве отображаемой поверхности выбран конус:

Построение поверхности в цилиндрических координатах из файла данных.

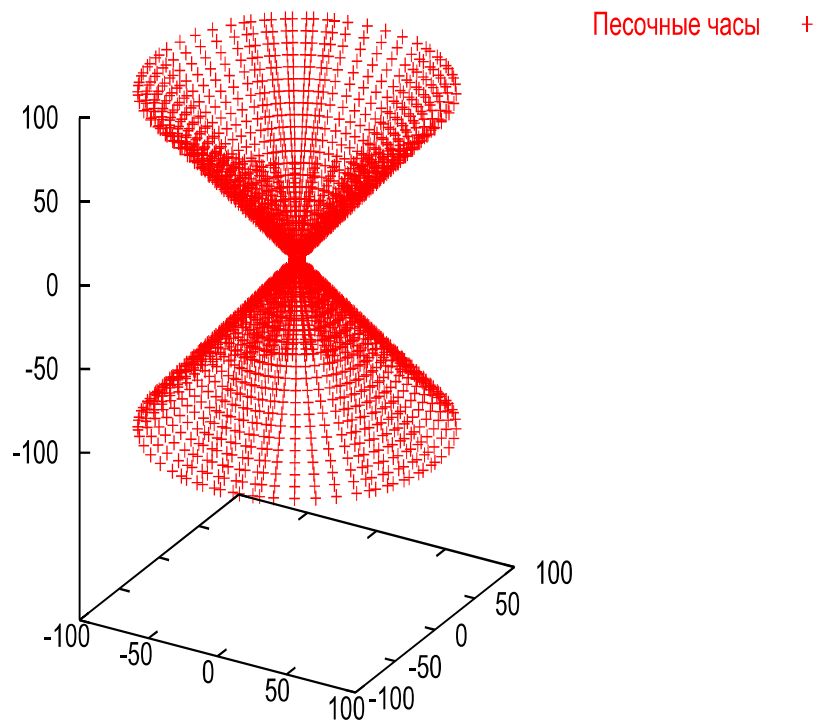


Рис. 11: Конус - Песочные часы